

Przykładowy zestaw zadań na starą maturę z matematyki (profil ogólny)

Zadanie 1

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie

$$x^2 - (m+1)x - \frac{3}{4}(m^2 - m) = 0$$

ma dwa różne pierwiastki i oba są mniejsze od 1.

Zadanie 2

Liczby a, b, c, d spełniają następujące warunki:

1) liczba b jest różna od zera,

2) liczby a, b, c są pierwszym, drugim i czwartym wyrazem malejącego ciągu arytmetycznego,

3) liczby b, c, d są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego,

4) $a+d=26$

5) $b+c=14$

Oblicz liczbę c .

Zadanie 3

Punkty $A=(8,2)$, $B=(7,-2)$ są wierzchołkami trójkąta równobocznego ABC , w którym $|AB|=|AC|$.

Jedną z wysokości tego trójkąta jest zawarta w prostej o równaniu $x-y-6=0$. Oblicz pole trójkąta ABC i napisz równanie okręgu opisanego na tym trójkącie.

Zadanie 4

W graniastosłupie prawidłowym trójkątnym przekątna ściany bocznej o długości d tworzy z sąsiednią ścianą boczną kąt o mierze α . Oblicz promień kuli opisanej na tym graniastosłupie.

Zadanie 5

W pojemniku jest dwanaście kul. Na jednej kuli jest liczba 20, na dwóch kulach jest liczba 10, na czterech kulach jest liczba 5 i na pięciu kulach jest liczba 0. Z tego pojemnika losujemy jednocześnie trzy kule. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzeń:

A – suma liczb na wylosowanych kulach będzie równa 20,

B – suma liczb na wylosowanych kulach będzie mniejsza od 11,

C – suma liczb na wylosowanych kulach będzie nieparzysta.

Proponowane modele rozwiązań

Zadanie 1

$$\Delta > 0,$$

$$\text{Warunki zadania: } \begin{cases} x_1 < 1, \\ x_2 < 1. \end{cases}$$

$$\Delta > 0 \text{ dla } m \in \mathbb{R}.$$

$$\Delta = (m+1)^2 + 3(m^2 - m) = 4m^2 - m + 1.$$

$$\Delta > 0 \text{ dla } m \in \mathbb{R}.$$

$$\begin{cases} x_1 < 1 \\ x_2 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - 1 < 0 \\ x_2 - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - 1 + x_2 - 1 < 0 \\ (x_1 - 1)(x_2 - 1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 - 2 < 0 \\ x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 < 0 \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 = m + 1,$$

$$m + 1 - 2 < 0 \Leftrightarrow m < 1.$$

$$x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 = -\frac{3}{4}(m^2 - m) - (m + 1) + 1 = -\frac{1}{4}m(3m + 1).$$

$$-\frac{1}{4}m(3m + 1) > 0 \Leftrightarrow m \in \left(-\frac{1}{3}; 0\right).$$

$$R \cap (-\infty; 1) \cap \left(-\frac{1}{3}; 0\right) = \left(-\frac{1}{3}; 0\right).$$

Odp.: Warunki zadania są spełnione dla $m \in \left(-\frac{1}{3}; 0\right)$.

Zadanie 2

Oznaczając przez r różnicę ciągu arytmetycznego ($r < 0$, bo ciąg arytmetyczny ma być malejący), warunki zadania 1) – 3) możemy zapisać w postaci:

$$\begin{cases} b = a + r, \\ c = a + 3r, \\ d = \frac{c^2}{b}. \end{cases}$$

Następnie warunki 4 i 5 zapisujemy w postaci układu równań:

$$\begin{cases} a + \frac{(a+3r)^2}{a+r} = 26, \\ 2a + 4r = 14. \end{cases}$$

Rozwiązując ten układ równań (zauważ, że $a + 2r = 7$ i $a + 3r = 7 + r$), otrzymujemy:

$a=1$ i $r=3$ to rozwiązanie nie spełnia warunków zadania,

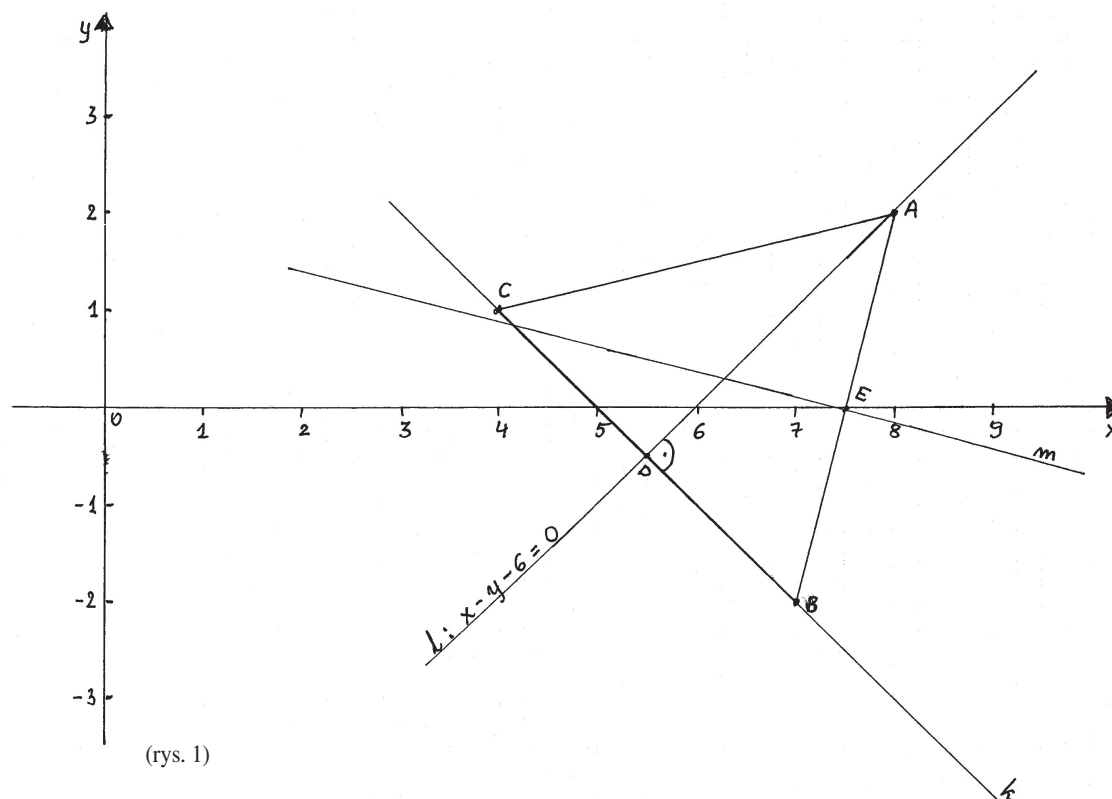
$a = \frac{77}{3}$ i $r = -\frac{28}{3}$ to rozwiązanie spełnia warunki zadania.

$$c = a + 3r = \frac{77}{3} + 3 \cdot \frac{-28}{3} = -\frac{7}{3}.$$

$$\text{Odp.: } c = -\frac{7}{3}.$$

Zadanie 3

Współrzędne punktu A spełniają równanie prostej l , wobec tego prosta l zawiera wysokość AD trójkąta ABC i prosta l jest osią symetrii tego trójkąta (rys.1).



(rys. 1)

1. Obliczenie współrzędnych punktu C .

Prosta k zawierająca bok BC jest prostopadła do prostej l i przechodzi przez punkt B .

$$l: y = x - 6, \text{ to } k: y = -x + b$$

$$\text{i } 7 = 2 + b, \text{ stąd } b = 5 \text{ i } k: y = -x + 5.$$

Punkt D (środek odcinka BC) jest punktem wspólnym prostych l oraz k , jego współrzędne są rozwiązaniem układu równań

$$\begin{cases} y = x - 6, \\ y = -x + 5. \end{cases}$$

$$D = \left(\frac{11}{2}, -\frac{1}{2}\right).$$



WYŻSZA SZKOŁA UBEZPIECZEŃ I BANKOWOŚCI W WARSZAWIE

Z NAMI ZNAJDZIESZ SWOJĄ DROGĘ

STUDIA: licencjackie, inżynierskie, magisterskie, podyplomowe, podyplomowe z seminariami doktorskimi

KIERUNKI: Finanse i Bankowość, Stosunki Międzynarodowe, Dziennikarstwo i Komunikacja Społeczna

Rekrutacja – tel. (022) 614-27-16
03-199 Warszawa, ul. Modlińska 51
<http://www.wsub.waw.pl>



DNI OTWARTE
21.05 i 11.06
od 10.00 do 15.00
ul. Elektronowa 10