

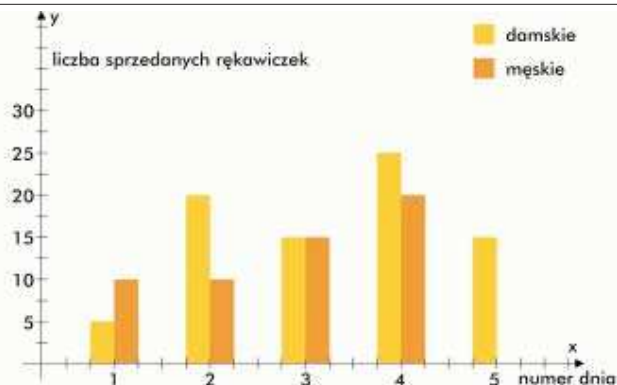
Maturzyści! Codziennie od czwartku drukujemy w „Gazecie” arkusze maturalne dla poziomu podstawowego. Dziś matematyka, w poniedziałek WOS i biologia

Test z matematyki

matematyka - poziom podstawowy

czas pracy 120 minut

Wykres do zadania 1



Zadanie 1. (3 pkt)

Wykres prezentuje sprzedaż rękawiczek w kolejnych dniach pewnego tygodnia. Oblicz, ile co najmniej par rękawiczek męskich należy sprzedać w piątym dniu, aby ich średnia sprzedaż z pięciu dni była większa od średniej sprzedaży rękawiczek damskich w tych dniach.

Zadanie 2. (5 pkt)

Pan Krzysztof ma w portfelu tylko banknoty o nominalach 100 zł i 200 zł i nie ma monet. Pan Krzysztof obliczył, że „w jednym banknocie” ma średnio 120 zł. Oblicz, jakim procentem wszystkich banknotów w portfelu są banknoty o nominale 100 zł.

Zadanie 3. (3 pkt)

W trójkącie prostokątnym ABC ($\sphericalangle ABC = 90^\circ$) poprowadzono odcinek DE równoległy do boku BC i odcinek EF równoległy do boku AB . Punkt D dzieli bok AB w stosunku 8:5, licząc od punktu B . Oblicz, stosunek pola koła wpisanego w trójkąt DEA do pola koła wpisanego w trójkąt FCE .

Zadanie 4. (4 pkt)

Liczby $-\frac{1}{2}$ i $\frac{1}{2}$ są miejscami zerowymi wielomianu $W(x) = 4x^3 + ax^2 - bx - 2$. Wyznacz a i b oraz trzeci pierwiastek tego wielomianu.

Zadanie 5. (5 pkt)

Miejscami zerowymi funkcji kwadratowej $f(x) = 2x^2 + ax + b$ są najmniejsza i największa liczba spełniająca nierówność $|x-2| \leq 3$. Wyznacz współczynniki a i b i zapisz wzór funkcji w postaci iloczynowej.

Zadanie 6. (4 pkt)

Punkty $A = (-1, -9)$, $B = (4, 6)$, $C = (-6, 1)$ są wierzchołkami trójkąta. Wyznacz równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez wierzchołek C i środek boku AB tego trójkąta.

Zadanie 7. (4 pkt)

Liczby $0, (9)$, $\cos 45^\circ$, $\frac{1}{2} \sin 45^\circ$ są pierwszym, drugim i czwartym wyrazem ciągu geometrycznego (b_n) . Oblicz sumę pierwszych dziesięciu wyrazów ciągu (b_n) . Wynik podaj w postaci ułamka o całkowitym mianowniku.

Zadanie 8. (6 pkt)

Punkty $A = (-5, -5)$ i $B = (5, -5)$ są wierzchołkami trójkąta ABC , w którym kąt o wierzchołku w punkcie C jest prosty. Bok AC tego trójkąta jest zawarty w prostej o równaniu $y = 2x + 5$. Narysuj rysunek pomocniczy i oblicz pole tego trójkąta.

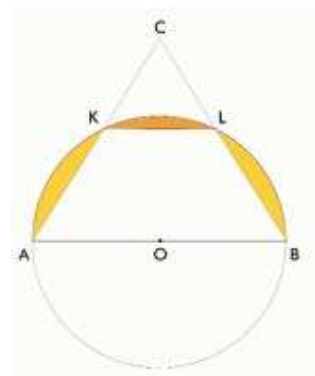
Zadanie 9. (4 pkt)

Liczby $3x - 5$, $x^2 + 3$, $5x + 3$ są w podanej kolejności pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu arytmetycznego (a_n) . Oblicz szósty wyraz tego ciągu.

Zadanie 10. (5 pkt)

Bok AB trójkąta równobocznego o boku długości 10 cm jest średnicą okręgu, który przecina

pozostałe boki trójkąta w punktach K i L (patrz rysunek). Oblicz sumę pól zacieniowanych figur.



Zadanie 11. (6 pkt)

Podstawą graniastosłupa prostego jest kwadrat. Przekątna graniastosłupa ma długość 6 cm i tworzy z przekątną ściany bocznej kąt 30° . Narysuj rysunek pomocniczy i oblicz objętość tego graniastosłupa.

Zadanie 12. (3 pkt)

Ze zbioru złożonego z czterech boków kwadratu i obu jego przekątnych losujemy kolejno dwa razy po jednym odcinku bez zwracania. Oblicz prawdopodobieństwo, że drugi odcinek będzie dłuższy od pierwszego. Wynik podaj w postaci ułamka nieskracalnego.



ILUSTROWANA
ENCYKLOPEDIA ROŚLIN

DOM • BALKON • TARAS • OGRÓD

gazeta

Co wtorek z „Gazetą” część pierwsza 1 kwietnia

Cena „Gazety” i książki:
5,99 zł (w tym 7% VAT)



Model odpowiedzi i schemat oceniania

(Każda kropka „•” to jeden punkt)

Zadanie 1. (3 pkt)

- Obliczenie średniej sprzedaży rękawiczek damskich.

$$\frac{80}{5} = 16$$

- Ułożenie i rozwiązanie nierówności.

$$\frac{55+x}{5} > 16, \text{ gdzie } x \text{ liczba rękawiczek męskich sprzedanych w piątym dniu.}$$

- Wyznaczenie najmniejszej liczby całkowitej spełniającej nierówność $x > 25$ i sformułowanie odpowiedzi.

Należy sprzedać co najmniej 26 par rękawiczek męskich.

Zadanie 2. (5 pkt)

- Wprowadzenie oznaczeń, na przykład x - liczba banknotów o nominale 100 zł, y - liczba banknotów o nominale 200 zł, $x+y$ - liczba wszystkich banknotów.

- Stwierdzenie, że banknoty o nominale 100 zł to $\frac{x}{x+y} \cdot 100\%$ liczby wszystkich banknotów.

- Ułożenie równania.

$$\frac{100x+200y}{x+y} = 120$$

- Wyznaczenie x z równania.

$$\frac{100x+200y}{x+y} = 120$$

$$100x+200y = 120x+120y$$

$$-2x = -8y$$

$$x = 4y$$

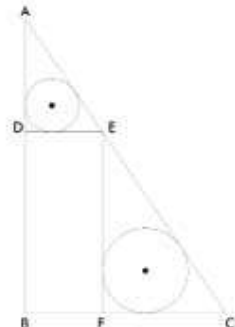
- Obliczenie procentu.

$$x = 4y$$

$$\frac{4y}{5y} \cdot 100\% = 80\%$$

Zadanie 3. (3 pkt)

- Analiza warunków zadania (rysunek) i stwierdzenie podobieństwa trójkątów, w które wpisane są koła.



□DEA □FCE, bo DE ∥ BC i EF ∥ AB.

- Obliczenie skali podobieństwa trójkąta DEC do trójkąta FEA.

$$\frac{|EF|}{|AD|} = \frac{|BD|}{|AD|} = \frac{8}{5}, \text{ bo czworokąt } BFED \text{ jest prostokątem, w którym}$$

$$|FE| = |BD|.$$

- Obliczenie stosunku pola koła wpisanego w trójkąt DEA do pola koła wpisanego w trójkąt FCE.

$$\frac{r_{DEA}}{r_{FEC}} = \left(\frac{8}{5}\right)^2 = \frac{25}{64}.$$

Uwaga. Zauważ, że nie musisz obliczać promieni tych okręgów.

Zadanie 4. (4 pkt)

- Ułożenie układu równań.

$$4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + a \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - b \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - 2 = 0$$

$$4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 + a \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - b \cdot \left(\frac{1}{2}\right) - 2 = 0$$

- Przekształcenie i rozwiązanie układu równań.

$$\begin{cases} a + b = 5 \\ 4 + \frac{a}{2} - \frac{b}{2} = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + b = 5 \\ a - b = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + b = 5 \\ 4a = 8 \end{cases}$$

$$a = 8, b = 1$$

- Zapisanie wielomianu w postaci iloczynowej.

$$4x^3 + 8x^2 - x - 2 = 4x^3 - x + 8x^2 - 2 =$$

$$x(4x^2 - 1) + 2(4x^2 - 1) = (4x^2 - 1)(x + 2) =$$

$$(2x - 1)(2x + 1)(x + 2)$$

- Obliczenie trzeciego pierwiastka.

$$x = -2$$

Zadanie 5. (5 pkt)

- Zaznaczenie na osi liczbowej przedziału opisanego za pomocą nierówności $|x - 2| \leq 3$.



- Zapisanie miejsc zerowych funkcji f

$$x_1 = -1, x_2 = 5$$

- Obliczenie współczynników a i b .

$$f(5) = 2 \cdot 5^2 + 5a + b = 0$$

$$f(-1) = 2 \cdot (-1)^2 - a + b = 0$$

$$\begin{cases} 5a + b = -50 \\ -a + b = -2 \end{cases}$$

$$6a = -48$$

$$a = -8$$

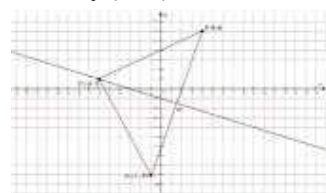
$$b = -10$$

- Zapisanie wzoru funkcji f w postaci iloczynowej.

$$f(x) = 2x^2 - 8x - 10 = 2(x+1)(x-5)$$

Zadanie 6. (4 pkt)

- Wprowadzenie oznaczeń i analiza warunków zadania, na przykład rysunek.



- Obliczenie współrzędnych punktu D - środka odcinka AB .

$$D = \left(\frac{4+(-1)}{2}, \frac{6+(-9)}{2} \right) = \left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2} \right)$$

- Wyznaczenie równania prostej CD , na przykład z wzoru na równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty i przekształcenie go do postaci równania kierunkowego.

$$C = (-6, 1), D = \left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2} \right)$$

$$(y-1) \left(\frac{3}{2} + 6 \right) - \left(-\frac{3}{2} - 1 \right) (x+6) = 0$$

$$(y-1) \left(\frac{15}{2} \right) + \frac{5}{2} (x+6) = 0$$

$$\frac{15}{2} y - \frac{15}{2} - \frac{5}{2} x - \frac{30}{2} = 0$$

$$15y - 15 + 5x + 30 = 0$$

$$3y - 3 + x + 6 = 0$$

$$y = -\frac{1}{3}x - 1$$

Zadanie 7. (4 pkt)

- Wprowadzenie oznaczeń i analiza warunków zadania.

$$b_1 = 0, (9) = 1$$

$$b_2 = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$b_4 = \frac{1}{2} \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

- Obliczenie ilorazu q ciągu (b_n)

$$q = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

- Obliczenie sumy S_{10} dziesięciu początkowych wyrazów ciągu (b_n) .

$$S_{10} = \frac{1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{10}}{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^5}{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1 - \frac{1}{32}}{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\frac{31}{32}}{\frac{2 - \sqrt{2}}{2}} = \frac{31}{16} \cdot \frac{1}{2 - \sqrt{2}}$$

Dokończenie na s. 40 >>>



Wydział Mechaniczny
Politechnika Łódzka
ul. Stefanowskiego 1/15,
90-924 Łódź
tel. (042) 631 22 79,
631 22 69, 631 22 03
www.p.lodz.pl/mechaniczny

**OD 1945 ROKU KSZTAŁCIMY ELITARNYCH INŻYNIERÓW
CENIONYCH W KRAJU JAK I NA ŚWIECIE!!!**

Rynek pracy w coraz większym stopniu poszukuje inżynierów, a w szczególności inżynierów mechaników. Wydział Mechaniczny Politechniki Łódzkiej wychodzi temu naprzeciw oferując zgodny z tendencjami europejskimi system studiów.

Sprawdź jak łatwo zdobyć prestiżową pracę!!!
<http://www.p.lodz.pl/mechaniczny/abodwens.html>

Dołącz do nas!

- Studia stacjonarne (dzienne), I i II stopnia (Inżynierskie i magisterskie)
- Studia niestacjonarne (zaoczne), I i II stopnia (Inżynierskie i magisterskie) na następujących kierunkach:
- AUTOMATYKA I ROBOTYKA
- ENERGETYKA
- INŻYNIERIA MATERIAŁOWA
- MECHANIKA I BUDOWA MASZYN
- PAPIERNICTWO I POLIGRAFIA
- TRANSPORT
- ZARZĄDZANIE I INŻYNIERIA PRODUKCJI
- MECHATRONIKA nowo!!! Kształcimy projektantów, konstruktorów i specjalistów posiadających m.in. wiedzę o nowoczesnych, sterowanych komputerowo, układach napędowych.

IV W POLSCE UCZELNIA TECHNICZNA W RANKINGU RZECZPOSPOLITEJ

Szczegóły na www.rekrutacja.p.lodz.pl
tel. (042) 631-20-92, fax: (042) 636-74-77
ul. Stefanowskiego 2, 90-924 Łódź
budynki A1
e-mail: rekrutacja@p.lodz.pl



Matura 2008

W środę z „Gazetą”
płyta multimedialna
z **20 próbnymi testami językowymi**
(angielski, niemiecki, francuski i rosyjski)



Cena „Gazety” i płyty:
2,99 (w tym 22% VAT)



Partner radiowy: **RMF**

Ponad 40 tys. studentów nie może się mylić. Po 15 latach kształcenia, z 13 kierunkami, ponad 100 specjalizacjami nie musimy przekonywać maturzystów, którą uczelnię powinni wybrać.

Uczelnia z pasją jest tylko jedna



WSHE W ŁÓDZIU
www.wshe.lodz.pl

Model odpowiedzi i schemat oceniania

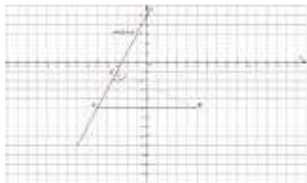
▶▶ Dokończenie ze s. 39

- Podanie wyniku w wymaganej postaci.

$$\frac{31(2+\sqrt{2})}{32}$$

Zadanie 8. (6 pkt)

- Narysowanie rysunku pomocniczego i analiza warunków zadania.



- Wyznaczenie równania prostej zawierającej bok BC trójkąta ABC .

$$-5 = -\frac{1}{2} \cdot 5 + b$$

$$b = -\frac{5}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2}x - \frac{5}{2} \text{ - prosta prostopadła do prostej}$$

$$y = 2x + 5 \text{ i przechodząca przez punkt}$$

$$B = (5, -5)$$

- Wyznaczenie współrzędnych punktu C

$$-\frac{1}{2}x - \frac{5}{2} = 2x + 5$$

$$-x - 5 = 4x + 10$$

$$-5x = 15$$

$$x = -3, y = -1$$

$$C = (-3, -1)$$

- Obliczenie długości odcinków AC i BC

$$|AC| = \sqrt{(-3+5)^2 + (-1+5)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$|BC| = \sqrt{(-3-5)^2 + (-1+5)^2} = \sqrt{64+16} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

- Obliczenie pola P trójkąta ABC

$$P = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{5} \cdot 4\sqrt{5} = 4\sqrt{25} = 20$$

Zadanie 9. (4 pkt)

- Ułożenie i rozwiązanie równania oraz wyznaczenie x .

$$x^2 + 3 = \frac{5x + 3 + 3x - 5}{2}$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$\Delta = 0$$

$$x = 2$$

- Obliczenie pierwszego wyrazu ciągu i różnicy r ciągu (a_n)

$$a_1 = 1, r = 6$$

- Obliczenie szóstego wyrazu ciągu (a_n)

$$a_6 = 1 + 30 = 31$$

Zadanie 10. (5 pkt)

- Zauważenie, że suma pól zacieniowanych figur jest równa różnicy połowy pola koła o promieniu 5 cm i czworokąta $ABLK$, i obliczenie połowy pola koła.

$$\frac{1}{2} \pi \cdot 5^2 = 12,5\pi \text{ cm}^2$$

- Zauważenie, że czworokąt $ABKL$ jest trapezem równoramiennym, którego pole jest równe sumie pól trzech trójkątów równobocznych o boku długości 5 cm, i obliczenie tego pola.

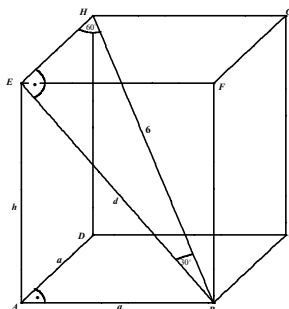
$$3 \cdot \frac{5^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{75\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$$

- Obliczenie sumy pól zacieniowanych figur.

$$12,5\pi - \frac{75\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$$

Zadanie 11. (6 pkt)

- Narysowanie rysunku pomocniczego, wprowadzenie oznaczeń, zaznaczenie właściwego kąta i zapisanie wzoru na objętość graniastosłupa zgodnie z przyjętymi oznaczeniami.



- Zapisanie wzoru na objętość graniastosłupa zgodnie z przyjętymi oznaczeniami.

$$V = a^2 \cdot h$$

- Obliczenie długości przekątnej (d) ściany bocznej, na przykład z własności trójkąta prostokątnego - „połowy” trójkąta równobocznego.

$$d = 3\sqrt{3} \text{ cm}$$

- Zauważenie, że $|AB| = |EH| = a$ i obliczenie długości krawędzi podstawy, na przykład z własności trójkąta prostokątnego - „połowy” trójkąta równobocznego.

$$a = 3 \text{ cm}$$

- Obliczenie wysokości (h) graniastosłupa.

$$h^2 + 3^2 = (3\sqrt{3})^2$$

$$h = \sqrt{27-9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \text{ cm}$$

- Obliczenie objętości graniastosłupa.

$$V = 3^2 \cdot 3\sqrt{2} = 27\sqrt{2} \text{ cm}^3$$

Zadanie 12. (3 pkt)

- Opisanie zbioru wszystkich zdarzeń elementarnych Ω i obliczenie $|\Omega|$.

$$|\Omega| = 6 \cdot 5 = 30$$

- Obliczenie mocy zbioru zdarzeń sprzyjających zajściu zdarzenia A - drugi odcinek będzie dłuższy od pierwszego.

$$|A| = 4 \cdot 2 = 8$$

- Obliczenie prawdopodobieństwa $P(A)$

$$P(A) = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$$

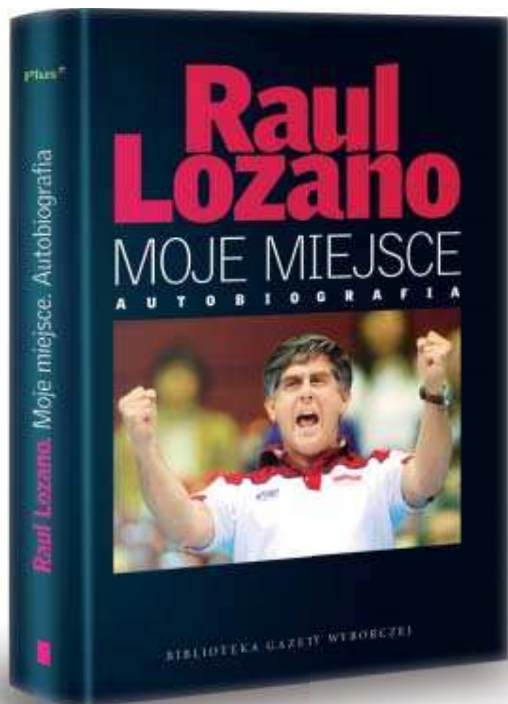
OPRACOWANIE

ANNA ZALEWSKA

Mały, wielki geniusz z La Platy

LEO BEENHAKKER

trener polskiej reprezentacji piłki nożnej



książka w sprzedaży w kioskach i salonach empiK

Książka do kupienia przez internet:

www.gazeta.pl/kolekcje lub pod numerem telefonu: 0 801 130 000*

oraz w salonach Inmedio, Relay i na stronie www.merlin.pl

*koszt połączenia wynosi 0,29 zł netto w sieci TP SA

Sponsor książki:

Patroni medialni:

OGŁOSZENIE WŁASNE WYDAWCY