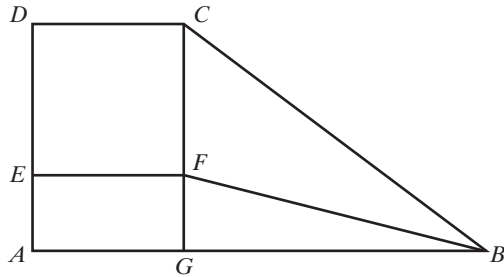


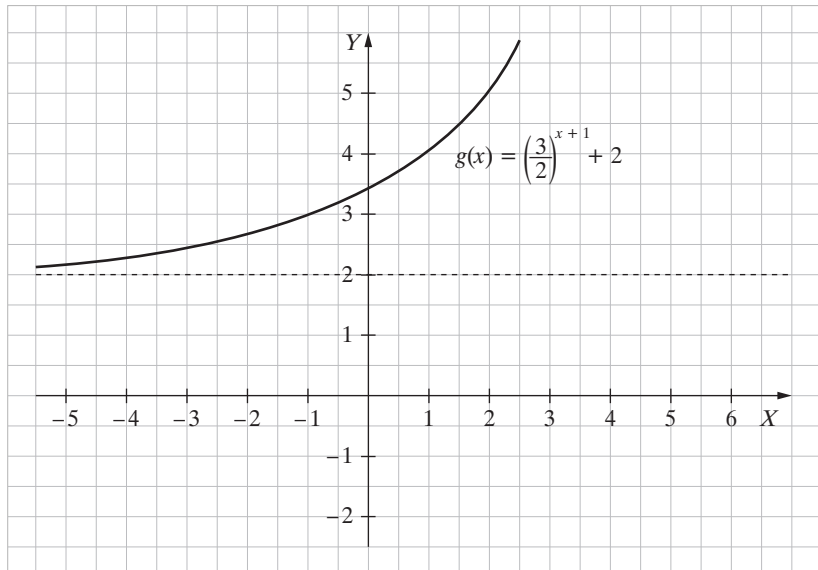
**Matematyka**  
**Poziom rozszerzony**

Listopad 2008

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
μ 1.	Podanie dziedziny wyrażenia: $x \neq -2$ i $x \neq 6$ .	1
	Skorzystanie z własności wartości bezwzględnej i doprowadzenie wyrażenia do postaci: $\left  (x-2)^2 - 16 \right  \cdot \left  \frac{2}{x^2 - 4x - 12} \right $ .	1
	Zastosowanie wzoru skróconego mnożenia i przekształcenie wyrażenia do postaci: $\left  x^2 - 4x - 12 \right  \cdot \frac{2}{\left  x^2 - 4x - 12 \right }$ .	1
	Doprowadzenie wyrażenia do najprostszej postaci: 2.	1
2.	Przekształcenie równania do postaci uporządkowanej: $x^2 + (m+3)x - 9 = 0$ .	1
	Zapisanie warunku, przy którym równanie kwadratowe ma dwa rozwiązania: $\Delta \geq 0$ i stwierdzenie, że $m \in R$ .	1
	Przekształcenie warunku $x_1^2 + x_2^2 + 3x_1x_2 = 0$ do postaci: $(x_1 + x_2)^2 + x_1x_2 = 0$ .	1
	Zastosowanie wzorów Viète'a: $(x_1 + x_2)^2 + x_1x_2 = (-(m+3))^2 - 9 = m^2 + 6m = 0$ .	1
	Rozwiązanie równania kwadratowego i podanie odpowiedzi: $m = 0$ lub $m = -6$ .	1
3.	Zapisanie liczby $a$ w postaci: $a = \left( \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \right)^2 = \frac{(\sqrt{3}+1)^2}{4} = \frac{4+2\sqrt{3}}{4} = \frac{2+\sqrt{3}}{2}$ .	1
	Zapisanie liczby $b$ w postaci: $b = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2-\sqrt{3}}{2}$ .	1
	Przedstawienie wielomianu w postaci iloczynowej: $W(x) = x(4x^2 - 8x + 1)$ .	1
	Rozwiązanie równania kwadratowego i podanie pierwiastków wielomianu: $x_1 = 0, x_2 = \frac{2-\sqrt{3}}{2}, x_3 = \frac{2+\sqrt{3}}{2}$ . Stwierdzenie, że liczby $a$ i $b$ są pierwiastkami wielomianu.	1
4.	Zastosowanie własności ciągu geometrycznego i zapisanie równania: $(x^2 + 3x)^2 = (x+3)(11x-2)$ .	1
	Przekształcenie równania do postaci iloczynowej: $(x+3)(x^3 + 3x^2 - 11x + 2) = 0$	1

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	Skorzystanie z twierdzenia Bezouta i obliczenie ilorazu wielomianu $x^3 + 3x^2 - 11x + 2$ przez dwumian $x - 2$ : $x^2 + 5x - 1$ .	1
	Rozwiązanie równania $x^2 + 5x - 1$ : $x = \frac{-5 - \sqrt{29}}{2}$ lub $x = \frac{-5 + \sqrt{29}}{2}$ .	1
	Sprawdzenie rozwiązań z warunkami zadania i zapisanie odpowiedzi: $x = 2$ .	1
5.	Zapisanie równania prostej $l$ przechodzącej przez początek układu współrzędnych np. w postaci ogólnej: $-ax + y = 0$ .	1
	Zapisanie odległości prostej $l$ od punktu $A$ : $d(l, A) = \frac{ -a \cdot (-3) + 1 \cdot (-4) + 0 }{\sqrt{(-a)^2 + 1^2}}$ .	1
	Zapisanie równania: $\frac{ -a \cdot (-3) + 1 \cdot (-4) + 0 }{\sqrt{(-a)^2 + 1^2}} = 3$ .	1
	Doprowadzenie równania do postaci: $3 \cdot \sqrt{a^2 + 1} =  3a - 4 $ .	1
	Rozwiązanie równania i zapisanie równania prostej: $-\frac{7}{24}x + y = 0$ .	1
6.	Sporządzenie rysunku wraz z oznaczeniami: 	1
	Wykorzystanie równości pól figur do obliczenia wysokości trójkąta $CBF$ : $ BG  = 12$ .	1
	Wykorzystanie równości pól do obliczenia wysokości trapezu $ABFE$ : $ FG  = 3$ .	1
	Obliczenie długości odcinka $ BF $ : $ BF  = 3\sqrt{17}$ .	1
	Obliczenie długości odcinka $ BC $ : $ BC  = 15$ .	1
	Obliczenie obwodu: $Obw. = 48$	1
	Obliczenie cosinusa $\sphericalangle CBF$ : $\sphericalangle CBF = \frac{19\sqrt{17}}{85}$ .	1
7.	Zastosowanie wzoru $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ do zapisania równania w postaci: $2(1 - \sin^2 x) = 3 \sin x$ i przekształcenia równania do postaci uporządkowanej: $2 \sin^2 x + 3 \sin x - 2 = 0$ .	1

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	Przekształcenie równania trygonometrycznego do postaci równania kwadratowego: np. $2t^2 + 3t - 2 = 0$ , gdzie $t = \sin x$ i $t \in (0,1)$ .	1
	Rozwiązanie równania kwadratowego: $\sin x = -2$ lub $\sin x = \frac{1}{2}$ .	1
	Uwzględnienie założeń i zapisanie rozwiązania równania trygonometrycznego: $x = \frac{\pi}{6}$ .	1
8.	Zapisanie drugiego, trzeciego i piątego wyrazu ciągu za pomocą wyrazu pierwszego i różnicy: $a_2 = a_1 + r, a_3 = a_1 + 2r, a_5 = a_1 + 4r$ .	1
	Zapisanie równania w postaci: $\frac{a_1}{a_1 + r} = \frac{a_1 + 2r}{a_1 + 4r}$ .	1
	Przekształcenie równania do postaci: $a_1 r - 2r^2 = 0$ .	1
	Rozwiązanie równania i podanie odpowiedzi: ( $r = 0$ i $a_1 \in R_+$ ) lub ( $a_1 = 2r$ i $r \in R - \{0\}$ ).	1
9.	Wprowadzenie oznaczeń: np. $h$ – wysokość trójkąta równoramiennego odpowiadająca bokowi długości 6, $r$ – promień okręgu wpisanego w trójkąt równoramienny, $h_b$ – wysokość ściany bocznej ostrosłupa.	1
	Obliczenie wysokości trójkąta równoramiennego odpowiadającej bokowi długości 6: $h = 4$ .	1
	Obliczenie promienia okręgu wpisanego w trójkąt $ABC$ : $r = \frac{3}{2}$ cm.	1
	Obliczenie wysokości ściany bocznej ostrosłupa: $h_b = \frac{5}{2}$ cm.	1
	Obliczenie pola powierzchni całkowitej ostrosłupa: $32\text{cm}^2$ .	1
10.	Wykorzystanie wzoru na liczbę permutacji bez powtórzeń zbioru $(x-2)$ -elementowego oraz $(x-1)$ -elementowego i zapisanie: $P_{(x-2)} = (x-2)!, P_{(x-1)} = (x-1)!$	1
	Wykorzystanie wzoru na liczbę 2-elementowych wariacji bez powtórzeń zbioru $x$ -elementowego i zapisanie: $V_x^2 = \frac{x!}{(x-2)!}$	1
	Zapisanie równania w postaci: $(x-2)! \cdot \frac{x!}{(x-2)!} = 10 \cdot (x-1)!$	1
	Rozwiązanie równania: $x = 10$ .	1
11.	Zapisanie wzoru funkcji $g$ : $g(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^{x+1} + 2$ .	1

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	<p>Narysowanie wykresu funkcji <math>g</math>:</p>  <p>The graph shows a coordinate system with a grid. The x-axis is labeled 'X' and has tick marks from -5 to 6. The y-axis is labeled 'Y' and has tick marks from -2 to 5. A horizontal dashed line is drawn at <math>y = 2</math>. A curve representing the function <math>g(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^{x+1} + 2</math> is plotted. The curve is an increasing exponential function shifted upwards by 2 units. It passes through the point <math>(-5, 2.1875)</math> and approaches the horizontal asymptote <math>y = 2</math> as <math>x \rightarrow -\infty</math>.</p>	1
	<p>Wskazanie największej liczby <math>m</math>, dla której równanie <math>g(x) = m</math> nie ma rozwiązania: <math>m = 2</math>.</p>	1