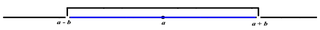
Te wzory trzeba znać!

Poniżej przedstawiamy wzory, które zdecydowanie usprawniają obliczenia, a których nie znajdziesz w zestawie wzorów CKE. Warto je znać i o nich pamiętać

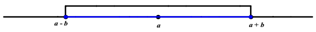
Zaznaczanie na osi liczbowej rozwiązań równań i nierówności z wartością bezwzględną (typy równań i nierówności jak w wymaganiach maturalnych dla zakresu podstawowego)

Rozwiązanie równania $|x-a|=b$, dla $b\ge 0$ to zbiór wszystkich liczb, których odległość na osi liczbowej od punktu o współrzędnej a jest równa b.

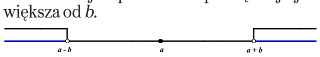
Rozwiązanie nierówności $|x-a|<b$, dla $b>0$ to zbiór wszystkich liczb, których odległość na osi liczbowej od punktu o współrzędnej a jest mniejsza od b.



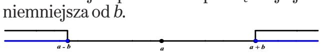
Rozwiązanie nierówności $|x-a|\le b$, dla $b\ge 0$ to zbiór wszystkich liczb, których odległość na osi liczbowej od punktu o współrzędnej a jest niewiększa od b.



Rozwiązanie nierówności $|x-a|>b$, dla $b>0$ to zbiór wszystkich liczb, których odległość na osi liczbowej od punktu o współrzędnej a jest większa od b.



Rozwiązanie nierówności $|x-a|\ge b$, dla $b\ge 0$ to zbiór wszystkich liczb, których odległość na osi liczbowej od punktu o współrzędnej a jest niemniejsza od b.



Pamiętaj!

Jeżeli (S_n) jest ciągiem sum częściowych ciągu (a_n), czyli $S_n=a_1+a_2+\ldots+a_n$

to:

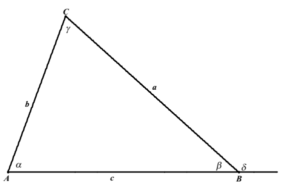
$a_1=S_1$,

$a_2=S_2-S_1$,

i ogólnie

$a_n=S_n-S_{n-1}$ dla $n\ge 2$

Trójkąt



Nierówność trójkąta: Suma długości każdych dwóch boków trójkąta jest zawsze większa od długości trzeciego boku.

$a+b>c$,

$b+c>a$,

$c+a>b$.

Suma miar kątów wewnętrznych trójkąta jest równa 180°

$\alpha+\beta+\gamma=180^\circ$.

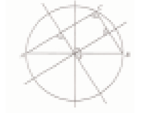
Miara kąta zewnętrznego trójkąta jest równa sumie miar kątów wewnętrznych, do niego nieprzyległych.

$\delta=\alpha+\gamma$.

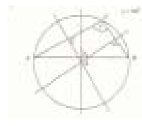
Środek okręgu opisanego ma trójkącie to punkt wspólny symetralnych boków trójkąta.

Środek okręgu opisanego na trójkącie ostrokątnym należy do trójkąta

Środek okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym to środek przeciwprostokątnej



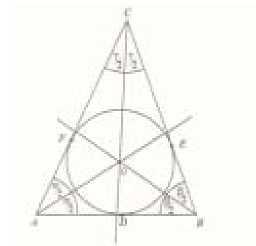
Środek okręgu opisanego na trójkącie rozwartokątnym nie należy do trójkąta



Promień R okręgu opisanego na trójkącie,

$R=\frac{a\cdot b\cdot c}{4S}$, gdzie S to pole trójkąta.

Środek okręgu wpisanego w trójkąt to punkt wspólny dwusiecznych kątów wewnętrznych trójkąta.

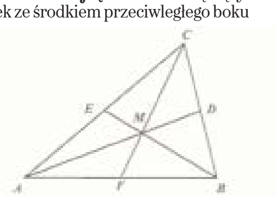


Promień r okręgu wpisanego w trójkąt,

$r=\frac{S}{p}$, gdzie S to pole trójkąta, p to połowa obwodu trójkąta.

W trójkącie prostokątnym o przyprostokątnych długości a i b oraz przeciwprostokątnej długości c, $r=\frac{a+b-c}{2}$

Środkowa trójkąta to odcinek łączący wierzchołek ze środkiem przeciwległego boku



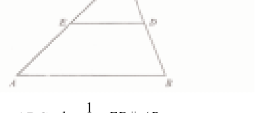
Środkowe trójkąta przecinają się w jednym punkcie, który dzieli każdą z nich w stosunku 2:1 licząc od wierzchołka.

$$\frac{|AM|}{|MD|}=\frac{|BM|}{|ME|}=\frac{|CM|}{|MF|}=\frac{2}{1}$$

$$P_{\Delta AMF}=P_{\Delta FMB}=P_{\Delta BMD}=P_{\Delta DMC}=P_{\Delta CME}=$$

$$=P_{\Delta EMA}=\frac{1}{6}P_{\Delta ABC}$$

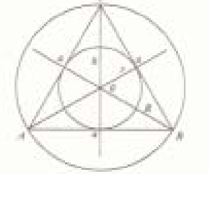
Odcinek łączący środki boków trójkąta



$\Delta EDC\sim\Delta ABC$, $k=\frac{1}{2}$, $ED\parallel AB$

i $|ED|=\frac{1}{2}|AB|$, $P_{\Delta EDC}=\frac{1}{4}P_{\Delta ABC}$

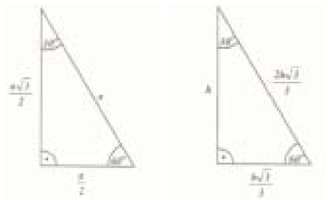
Trójkąt równoboczny



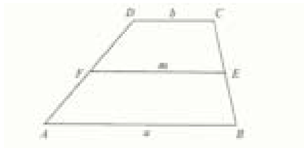
$|CD|=h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$, $r=\frac{1}{3}h=\frac{a\sqrt{3}}{6}$,

$R=\frac{2}{3}h=\frac{a\sqrt{3}}{3}$, $S=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{h^2\sqrt{3}}{3}$.

„Połowa" trójkąta równobocznego

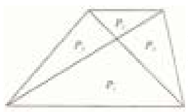


Trapez



Gdy F i E są środkami ramion trapezu to

$m=\frac{a+b}{2}$



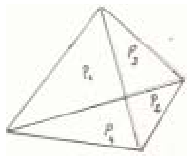
$P_3=P_4$

$P_1\cdot P_2=P_3\cdot P_4$

$P=P_1+P_2+2\cdot\sqrt{P_1\cdot P_2}$

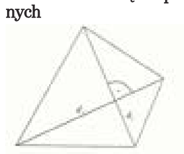
Czworokąt

W dowolnym czworokącie wypukłym



$P_1\cdot P_2=P_3\cdot P_4$

Pole czworokąta o prostopadłych przekątnych

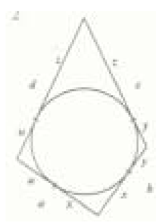


$P=\frac{1}{2}\cdot d_1\cdot d_2$

Pole czworokąta o danych przekątnych i kącie między nimi

$P=\frac{1}{2}\cdot d_1\cdot d_2\cdot\sin\alpha$

Pole czworokąta opisanego na okręgu o promieniu r.



$P=\frac{1}{2}\cdot r\cdot\underbrace{(a+b+c+d)}_{\text{obwód czworokąta}}=r\cdot p$,

gdzie p połowa obwodu

Wzór $P=r\cdot p$ jest prawdziwy dla dowolnego wielokąta opisanego na okręgu o promieniu r.

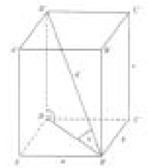
Odległość d punktu $P=(x_0,y_0)$ **od prostej o równaniu** $y=ax+b$

$$d=\frac{|ax_0-y_0+b|}{\sqrt{a^2+1}}$$

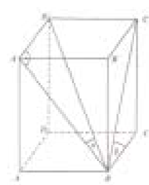
Odległość d dwóch prostych równoległych o równaniach $y=ax+b_1$, $y=ax+b_2$

$$d=\frac{|b_2-b_1|}{\sqrt{a^2+1}}$$

Kąty w graniastosłupach i ostrosłupach

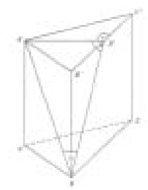


α - kąt, który tworzy przekątna graniastosłupa prostego z płaszczyzną jego podstawy

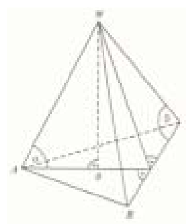


α - kąt, który tworzy przekątna graniastosłupa prawidłowego czworokątnego z płaszczyzną jego ściany bocznej

β - kąt, który tworzy przekątna ściany bocznej graniastosłupa prostego z płaszczyzną jego podstawy



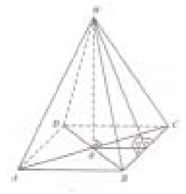
α - kąt, który tworzy przekątna ściany bocznej graniastosłupa prawidłowego trójkątnego z sąsiednią ścianą boczną



O - spodek wysokości ostrosłupa prawidłowego trójkątnego to środek okręgu opisanego na podstawie i środek okręgu wpisanego w podstawę

α - kąt, który tworzy krawędź boczna ostrosłupa prawidłowego trójkątnego z płaszczyzną jego podstawy

β - kąt, który tworzy krawędź boczna ostrosłupa prawidłowego trójkątnego z krawędzią jego podstawy



O - spodek wysokości ostrosłupa prawidłowego czworokątnego to punkt wspólny przekątnych podstawy

α - kąt, który tworzy wysokość ściany bocznej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego z płaszczyzną jego podstawy (kąt nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy)

Jeżeli w ostrosłupie wszystkie krawędzie boczne są równej długości (są nachylone pod tym samym kątem do płaszczyzny podstawy) to na podstawie można opisać okrąg i spodek wysokości to środek okręgu opisanego na podstawie.

Wariancja

Dla indywidualnych danych $x_1,x_2,\ldots,x_k$

$$\sigma^2=\frac{x_1^2+x_2^2+\ldots+x_k^2}{k}-\left(\bar{x}\right)^2$$

Dla danych przedstawionych w tabeli liczebności

Wartoœæ	x_1	x_2	…	x_k
Liczebnoœæ	n_1	n_2	…	n_k

$$\sigma^2=\frac{n_1\cdot x_1^2+n_2\cdot x_2^2+\ldots+n_k\cdot x_k^2}{n}-\left(\bar{x}\right)^2,$$

gdzie $\bar{x}$ to średnia arytmetyczna danych i $n=n_1+n_2+\ldots+n_k$ to liczba wszystkich danych

ARKUSZE I ZESTAW WZORÓW PRZYGOTOWALI:
ANNA ZALEWSKA
I EDWARD STACHOWSKI