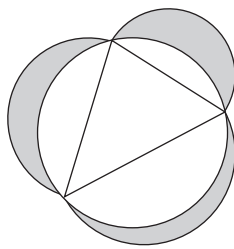


Matematyka

Poziom podstawowy

1. Trójkąt prostokątny ma boki o długościach x , $2x - 2$ i $2x - 4$. Oblicz pole tego trójkąta. ? 6 pkt
2. Funkcja f każdej liczbie naturalnej x przyporządkowuje resztę z dzielenia tej liczby przez 5.
a) Podaj zbiór wartości funkcji f .
b) Dla $x \in \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ naszkicuj wykres funkcji f .
c) Oblicz $f(14) + 3$. ? 3 pkt
3. W trójkącie ABC kąt przy wierzchołku C jest prosty, a miara kąta przy wierzchołku B jest równa 60° . Dwusieczna kąta przy wierzchołku B przecina bok AC w punkcie D takim, że $|CD| = 6$. Oblicz długość przeciwprostokątnej trójkąta ABC oraz długość odcinka AD . ? 4 pkt
4. W nieskończonym, rosnącym ciągu arytmetycznym (a_n) suma trzech pierwszych wyrazów jest równa 3, a suma kwadratów tych wyrazów jest równa 21. Wyznacz wzór na wyraz ogólny ciągu (a_n) . ? 6 pkt
5. Pierwsze trzy wyrazy nieskończonego, malejącego ciągu geometrycznego (a_n) spełniają równanie $a_3 = \frac{a_1 + a_2}{20}$. Wyznacz iloraz ciągu (a_n) . ? 5 pkt
6. Księżyce Hipokratesa wielokąta wpisanego w okrąg O to figury geometryczne ograniczone łukami okręgu O i półokręgami opartymi na bokach wielokąta, niezawierającymi innych punktów wielokąta poza końcami tego boku, na którym są oparte. Oblicz sumę pól księżyców Hipokratesa zbudowanych dla kwadratu o boku, którego długość jest równa 8 cm. ? 4 pkt



7. Dany jest kwadrat $ABCD$, którego bok ma długość równą 10 cm. Punkt S jest środkiem boku BC . Punkt P należy do odcinka \overline{AS} i $\overline{DP} \perp \overline{AS}$. Wykonaj rysunek ilustrujący sytuację opisaną w zadaniu i oblicz długość odcinka \overline{DP} . ? 5 pkt
8. Punkty $A = (4; -1)$, $B = (3; 6)$, $C = (-1; 3)$ są wierzchołkami trójkąta ABC .
a) Wyznacz równanie prostej zawierającej wysokość trójkąta ABC poprowadzoną z wierzchołka A .
b) Wyznacz równanie środkowej trójkąta ABC poprowadzonej z wierzchołka B . ? 4 pkt

9. W stożku tworząca o długości 16 jest nachylona do podstawy pod kątem, którego tangens jest równy $\frac{3}{4}$. Oblicz stosunek pola powierzchni bocznej do pola podstawy tego stożka.

? 5 pkt

10. W pudełku są 4 kule czarne i n kul białych. Z tego pudełka będziemy kolejno losować 2 kule, za każdym razem wkładając wylosowaną kulę z powrotem do pudełka. Oblicz, ile co najmniej powinno być kul białych, by prawdopodobieństwo wylosowania dwóch kul białych było nie mniejsze niż $\frac{4}{9}$.

? 5 pkt

11. Do liczby naturalnej k dopisano na końcu 28, otrzymując liczbę 102 razy większą od początkowej.
a) Wyznacz liczbę k .
b) Sprawdź, czy gdy liczbę 28 zastąpimy inną, dowolną dwucyfrową liczbą naturalną, to zadanie będzie miało rozwiązanie.

? 4 pkt

12. Dana jest funkcja $f(x) = \begin{cases} x-2 & \text{dla } x \in \langle 0; 8 \rangle \\ -\frac{1}{2}x+10 & \text{dla } x \in (8; 10) \\ 2x-15 & \text{dla } x \in \langle 10; 11 \rangle \end{cases}$

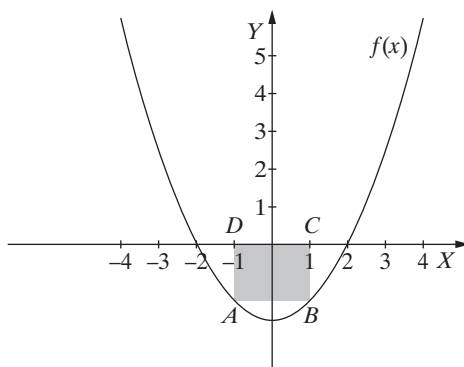
? 4 pkt

a) Naszkicuj wykres funkcji f .

b) Podaj największą wartość funkcji f . Uzasadnij swoją odpowiedź.

13. Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2$.

? 4 pkt



Oblicz współrzędne wierzchołków i pole prostokąta $ABCD$.

14. Liczby 10, 14, 18, ... są kolejnymi początkowymi wyrazami ciągu arytmetycznego (a_n) .

? 7 pkt

a) Wyznacz wzór na wyraz ogólny ciągu (a_n) .

b) Oblicz dwudziesty wyraz ciągu (a_n) .

c) Wyznacz najmniejszą liczbę n , dla której suma n początkowych wyrazów ciągu (a_n) S_n jest większa od 250.

15. Długości boków działki w kształcie trójkąta prostokątnego są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego o różnicy 30 m. Właściciel działki zamierza obsadzić jej brzeg żywopłotem. Zaczynając od wierzchołka kąta prostego, co pół metra będzie sadił po jednej sadzonce żywopłotu. Oblicz, ile sadzonek potrzeba do obsadzenia brzegu całej działki.

? 5 pkt

16. Bok rombu ma długość równą 5, a suma długości jego przekątnych jest równa 14. Oblicz długość wysokości tego rombu.

? 6 pkt

17. Punkty $A = (2; -4)$, $B = (1; 3)$ i $C = (-1; 2)$ są wierzchołkami trójkąta.

- a) Uzasadnij, że trójkąt ABC jest trójkątem prostokątnym.
b) Oblicz pole trójkąta ABC .

? 4 pkt

18. Ze zbioru $Z = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ będziesz losować jednocześnie trzy liczby. Zapisz symbolicznie zbiór wszystkich wyników tego doświadczenia. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że suma wylosowanych liczb będzie parzysta.

? 4 pkt

19. Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny $ABCD S$ o podstawie $ABCD$ i wierzchołku S . Pole trójkąta ABS wynosi 6, a cosinus kąta nachylenia ściany bocznej ostrosłupa do płaszczyzny podstawy tego ostrosłupa jest równy $\frac{3}{4}$. Oblicz objętość ostrosłupa $ABCD S$.

? 6 pkt

20. Porównaj liczby x i y , jeśli $x = \frac{\sqrt{5^4} \cdot 25^{-1}}{125^{\frac{2}{3}}}$ i $y = \frac{\sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{36}}{100}$.

? 4 pkt

21. Do ciasta na biszkopt potrzeba 12 jajek, 4 szklanki mąki i 3 szklanki cukru. Zamierzamy upiec mniejszy biszkopt z użyciem 5 jajek. Ile musimy zużyć mąki i cukru?

? 4 pkt

22. Zabudowania zajmują 16% terenu zamkniętego należącego do pewnej firmy. Łączna powierzchnia tych zabudowań wynosi 800 m^2 . Jaka łączna powierzchnia należy do tej firmy? Jaki procent terenu niezabudowanego stanowi teren zabudowany? Wynik podaj z dokładnością do 0,01%.

? 5 pkt

23. Suma cyfr liczby dwucyfrowej wynosi 12. Jeśli na końcu tej liczby dopiszemy 0 i 1, to otrzymamy liczbę o 7426 większą od danej. Znajdź tę liczbę.

? 5 pkt

24. Dana jest funkcja $f(x) = (m^2 - 4)x - 6$.

- a) Dla jakich wartości m miejscem zerowym funkcji jest liczba 2?
b) Wyznacz parametr, tak aby wykres funkcji był równoległy do wykresu funkcji $f(x) = 12x + 4$.

? 4 pkt

25. Dana jest funkcja $f(x) = ax^2$. Wyznacz parametr a , jeśli wiadomo, że do wykresu tej funkcji należy punkt $A = (2; 1)$. Dla jakich argumentów wartości tej funkcji są większe od wartości funkcji $g(x) = x + 2$?

? 4 pkt

26. Drugi wyraz ciągu geometrycznego wynosi $\frac{1}{27}$, a piąty 8. Oblicz sumę początkowych 12 wyrazów.

? 5 pkt

27. Państwo Malinowscy mają troje dzieci, których suma lat wynosi 19. Lata dzieci tworzą ciąg geometryczny. W jakim wieku są dzieci państwa Malinowskich, jeśli najmłodsze ma 4 lata?

? 5 pkt

28. Znajdź boki trójkąta prostokątnego, wiedząc, że jeden z kątów ma miarę 60° , a promień okręgu wpisanego w trójkąt ma długość 4.

? 5 pkt

29. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że przestawiając w sposób losowy cyfry w liczbie 6574302, otrzymamy wielokrotność liczby 5.

? 3 pkt

30. W trójkącie prostokątnym o przeciwprostokątnej 10 i przyprostokątnej 8 poprowadzono wysokość z wierzchołka kąta prostego. Oblicz stosunek odcinków, na które ta wysokość podzieliła przeciwprostokątną.

? 6 pkt

31. Napisz równanie prostej, w której zawiera się wysokość trójkąta ABC poprowadzona z wierzchołka B oraz równanie symetralnej boku AC , jeśli $A = (-3; 5)$, $B = (7; 0)$, $C = (1; -5)$.

? 6 pkt

32. Dane są współrzędne trzech wierzchołków równoległoboku $ABCD$: $A = (0; 2)$, $B = (4; 6)$, $C = (7; -3)$. Wyznacz współrzędne wierzchołka D .

? 5 pkt

33. W partii 50000 żarówek, 4% to żarówki uszkodzone. Ile uszkodzonych żarówek należałoby usunąć, aby wśród pozostałych żarówek było mniej niż 1% żarówek uszkodzonych?

? 5 pkt

34. Wyznacz parametr m , tak aby proste l , k były prostopadłe, jeśli $l: (-m + 1)x - y = 8$, $k: (3m + 4)x + 2y = 0$.

? 4 pkt

35. Dla jakich wartości parametru m punkt wspólny prostych $y = 2x + 4$ i $y = x - m$ należy do II ćwiartki układu współrzędnych.

? 4 pkt

36. Dany jest ostrosłup prawidłowy trójkątny o kącie nachylenia krawędzi bocznej do podstawy 60° . Wysokość ostrosłupa ma długość 10. Oblicz sinus kąta nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy tego ostrosłupa.

? 5 pkt

37. Przekątne ścian bocznych graniastosłupa prawidłowego trójkątnego wychodzące z jednego wierzchołka tworzą kąt α . Krawędź podstawy ma długość a . Oblicz sinus kąta, jaki tworzy przekątna ściany bocznej z krawędzią podstawy graniastosłupa.

? 4 pkt

38. Porównaj liczby x i y , jeśli: $x = (1 - 2\sqrt{3})^2 + (2 + \sqrt{3})^2 - (3\sqrt{3} - 2)(3\sqrt{3} + 2) - 9$,
 $y = 11 - 4 \cdot 6 + \frac{1}{2}$.

? 5 pkt

39. Jakim procentem liczby 452 jest liczba x , jeśli $x = 25^{\frac{3}{2}} - 64^{\frac{2}{3}} + 0,0081^{-\frac{1}{4}} - \left(\frac{27}{8}\right)^{-\frac{2}{3}} + 3^{-2} + (3, 2)^0$?

? 5 pkt

40. Dana jest funkcja $f(x) = (2m - 1)x - 6$.

? 4 pkt

a) Dla jakich wartości m do wykresu funkcji należy punkt $A = (-4, 1)$?

b) Wyznacz tak parametr, aby wykres funkcji był prostopadły do wykresu funkcji $f(x) = -3x + 4$.