

Matematyka

Poziom rozszerzony

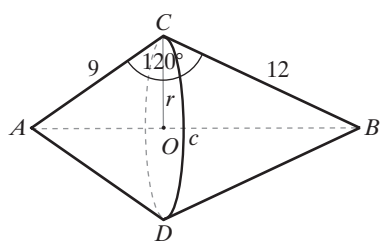
Numer zadania	Opis ocenianej czynności	Wynik etapu	Liczba punktów
1.	Wyznaczenie liczby wszystkich wyników doświadczenia polegającego na jednoczesnym losowaniu dwóch spośród $5 + n$ kul.	$\overline{\Omega} = \frac{(n+4)(n+5)}{2}$	1
	Wyznaczenie liczby wyników sprzyjających zdarzeniu A – wylosowane kule są różnokolorowe.	$\overline{A} = 5 \cdot n$	1
	Wyznaczenie prawdopodobieństwa zdarzenia A i zapisanie nierówności (I) wynikającej z warunku, że prawdopodobieństwo wylosowania kul różnokolorowych ma być nie mniejsze niż $\frac{5}{9}$.	$P(A) = \frac{10n}{(n+4)(n+5)} \geq \frac{5}{9}$ (I)	1
	Przekształcenie nierówności (I) do postaci (II).	$n^2 - 9n + 20 \leq 0$ (II)	1
	Wyznaczenie liczby kul czarnych spełniających warunki zadania.	$n = 4$ lub $n = 5$	1
2.	Rozważenie przypadku $m = 1$.	dla $m = 1$ układ równań jest sprzeczny	1
	Wyznaczenie rozwiązań układu dla $m \neq 1$.	$\begin{cases} a = \frac{2m-5}{1-m} \\ b = \frac{-3}{1-m} \end{cases}$	2
	Zapisanie nierówności wynikającej z warunku $a \cdot b > 0$ i przekształcenie jej do postaci (I).	$\frac{2m-5}{1-m} \cdot \frac{-3}{1-m} > 0 \wedge m \neq 1$ $-3(2m-5)(m-1)^2 > 0 \wedge m \neq 1$ (I)	1
	Rozwiązanie nierówności (I).	$m \in \left(-\infty; \frac{5}{2}\right) \setminus \{1\}$	1
3.	Zapisanie równania wynikającego z warunku, że liczba 3 jest pierwiastkiem wielomianu W .	$W(3) = 0$ (I)	1
	Wyznaczenie wartości parametru m spełniającej równanie (I).	$m = 4$	1
	Wykonanie dzielenia wielomianu W przez dwumian $x - 3$.	$W(x) : (x - 3) = x^2 - x + 1$	1
	Wykazanie, że trójmian $x^2 - x + 1$ nie ma pierwiastków.		1

Numer zadania	Opis ocenianej czynności	Wynik etapu	Liczba punktów
4.	Obliczenie wyróżnika trójmianu $\sqrt{2}x^2 - 3x + \sqrt{3} - 1$ i zbadanie jego znaku.	$\Delta = 9 - 4\sqrt{6} + 4\sqrt{2} > 0$	1
	Obliczenie sumy pierwiastków równania $\sqrt{2}x^2 - 3x + \sqrt{3} - 1 = 0$ i określenie znaku tej sumy.	$x_1 + x_2 = \frac{3}{2}\sqrt{2} > 0$	1
	Obliczenie iloczynu pierwiastków równania $\sqrt{2}x^2 - 3x + \sqrt{3} - 1 = 0$ i określenie znaku tego iloczynu.	$x_1 \cdot x_2 = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2} > 0$	1
	Podanie uzasadnienia, że funkcja f ma dwa dodatnie miejsca zerowe.		1
5.	Wykonanie założeń.	$x \neq k\pi$	1
	Przekształcenie lewej strony danej równości do postaci (I).	$L = \frac{\sin^2 x + (1 + \cos x)^2}{(1 + \cos x) \sin x}$ (I)	1
	Przekształcenie lewej strony danej równości do postaci (II).	$L = \frac{2 + 2 \cos x}{(1 + \cos x) \sin x}$ (II)	1
	Stwierdzenie, że $L = P$, więc dla $x \neq k\pi$ dana równość jest tożsamością.		1
6.	Zapisanie równania pozwalającego wyznaczyć długość a – krótszego boku równoległoboku.	$a^2 = 1^2 + 3^2 - 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ$	1
	Obliczenie długości a .	$a = \sqrt{7}$ cm	1
	Zapisanie równania pozwalającego wyznaczyć długość b – dłuższego boku równoległoboku.	$b^2 = 1^2 + 3^2 - 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot \cos 120^\circ$	1
	Obliczenie długości b .	$b = \sqrt{13}$ cm	1
7.	Zapisanie układu równań, za pomocą którego można wyznaczyć równania stycznych.	$\begin{cases} (x-2)^2 + (y-4)^2 = 10 & \text{(I)} \\ y = mx \end{cases}$	1
	Zapisanie równania kwadratowego, wynikającego z układu równań (I).	$(m^2 + 1)x^2 + (-8m - 4)x + 10 = 0$ (II)	1
	Obliczenie wyróżnika równania (II) i zapisanie warunku wynikającego z faktu, że układ (I) ma mieć dokładnie jedno rozwiązanie.	$\Delta = 24m^2 + 64m - 24, \Delta = 0$ (III)	1
	Wyznaczenie wartości m spełniających warunek (III).	$m_1 = -3, m_2 = \frac{1}{3}$	1
	Wykazanie, że proste o równaniach $y = -3x$ oraz $y = -\frac{1}{3}x$ są prostopadłe.	$m_1 \cdot m_2 = -1$	1

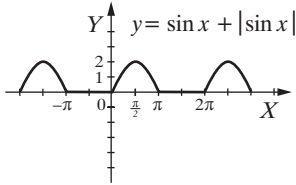
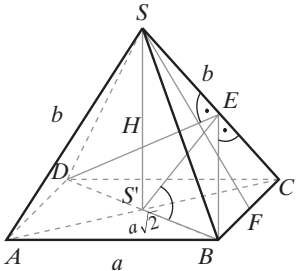
Numer zadania	Opis ocenianej czynności	Wynik etapu	Liczba punktów
8.	Wykonanie rysunku lub przyjęcie dokładnie opisanych oznaczeń.	h – długość wysokości przekroju, poprowadzona do krawędzi podstawy, a – długość krawędzi podstawy, b – długość krawędzi bocznej	1
	Zapisanie związku pomiędzy a i h wynikającego z warunku, że pole przekroju jest równe S i wyznaczenie z niego h .	$\frac{1}{2} ah = S \Rightarrow h = \frac{2S}{a}$	1
	Zapisanie związku pomiędzy a i h wynikającego z warunku, że płaszczyzna przekroju tworzy z podstawą graniastostupa kąt o mierze równej α i wyznaczenie z niego a .	$\frac{a\sqrt{3}}{2} = \cos \alpha \Rightarrow a = 2 \sqrt{\frac{S \cos \alpha}{\sqrt{3}}}$	1
	Wyznaczenie długości krawędzi bocznej graniastostupa.	$\frac{b}{h} = \sin \alpha \Rightarrow b = S \sin \alpha \sqrt{\frac{\sqrt{3}}{S \cos \alpha}}$	1
	Obliczenie objętości graniastostupa.	$V = S \sqrt[4]{3} \sin \alpha \sqrt{S \cos \alpha}$	1
9.	Wykonanie rysunku lub przyjęcie dokładnie opisanych oznaczeń.	a – długość krawędzi przekroju, h – długość wysokości przekroju, H – długość wysokości stożka, r – długość promienia podstawy stożka	1
	Obliczenie długości a i h .	$a = 12, h = 6\sqrt{3}$.	1
	Obliczenie długości H .	$\frac{H}{h} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow H = 9$	1
	Obliczenie długości r .	$r^2 + H^2 = a^2 \Rightarrow r = 3\sqrt{7}$	1
	Obliczenie objętości stożka.	$V = 189\pi$	1
10.	Przekształcenie danego równania.	$\cos^2 x - \cos x = 0$ (I)	1
	Rozwiązanie równania (I).	$\left(x = \frac{\pi}{2} + k\pi \vee x = 2k\pi\right) \wedge k \in \mathbb{C}$	2
11.	Wyznaczenie dziedziny funkcji f .	$D_f = (-\infty; -1) \cup \langle 3; +\infty)$	1
	Wyznaczenie dziedziny funkcji g .	$D_g = \langle 3; +\infty)$	1
	Stwierdzenie, że skoro dziedziny funkcji f i g są różne, to funkcje f i g nie są sobie równe.		1
12.	Obliczenie wartości wielomianu W dla argumentu m .	$W(m) = m^3 + m^2 - 2m$	1
	Zapisanie równania wynikającego z warunku, że liczba m ma być pierwiastkiem wielomianu W oraz przekształcenie go do postaci (II).	$m^3 + m^2 - 2m = 0$ (II) $m(m^2 + m - 2) = 0$	1
	Rozwiązanie równania (II).	$m_1 = -2, m_2 = 0, m_3 = 1$	1

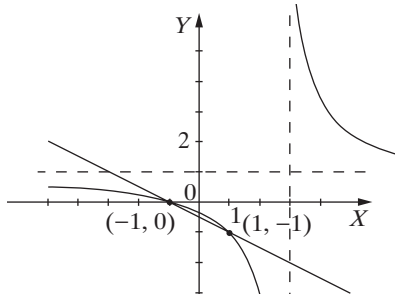
Numer zadania	Opis ocenianej czynności	Wynik etapu	Liczba punktów
13.	Zapisanie układu równań wynikającego z warunków, że drugi wyraz ciągu (a_n) jest równy -80 , a wyraz czwarty jest od niego o 60 większy.	$\begin{cases} a_1 q = -80 \\ a_1 q^3 = -20 \end{cases}$	1
	Rozwiązanie układu równań.	$\begin{cases} a_1 = -160 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases} \vee \begin{cases} a_1 = 160 \\ q = -\frac{1}{2} \end{cases}$	1
	Wybór rozwiązania spełniającego warunek, że ciąg (a_n) nie jest ciągiem monotonicznym.	$\begin{cases} a_1 = 160 \\ q = -\frac{1}{2} \end{cases}$	1
	Zapisanie równania (I) wynikającego z warunku, że suma wyrazów ciągu (a_n) ma być równa $106\frac{7}{8}$.	$160 \cdot \frac{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = 106\frac{7}{8} \quad (I)$	1
	Przekształcenie równania (I) na przykład do postaci (II).	$\left(-\frac{1}{2}\right)^n = -\frac{1}{512} \quad (II)$	1
	Rozwiązanie równania (II).	$n = 9$	1
14.	Wyznaczenie długości przekątnej DB .	$\begin{aligned} DB ^2 &= AD ^2 + AB ^2 - \\ &- 2 \cdot AD \cdot AB \cdot \cos \sphericalangle DAB \\ DB &= 7 \end{aligned}$	1
	Wyznaczenie cosinusa kąta ABC .	$\cos(\sphericalangle ABC) = -\frac{1}{2}$	1
	Wyznaczenie długości przekątnej AC .	$\begin{aligned} AC ^2 &= AB ^2 + BC ^2 - \\ &- 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos(\sphericalangle ABC) \\ AC &= \sqrt{129} \end{aligned}$	1
15.	Opis zbioru zdarzeń elementarnych, opis zdarzenia.	Ω – zbiór 3-elementowych wariacji z powtórzeniami zbioru 2-elementowego, A – wyrzucenie dokładnie 2 orłów, B – wyrzucenie co najmniej jednej reszki.	1
	Obliczenie liczby zdarzeń elementarnych.	$\overline{\Omega} = 8$	1
	Obliczenie liczby zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu A , B , $A \cap B$ (1 pkt za podanie każdej wartości).	$\overline{A} = 3, \overline{B} = 7, \overline{A \cap B} = 3$	3
	Obliczenie prawdopodobieństw zdarzeń A , B , $A \cap B$.	$P(A) = \frac{3}{8}, P(B) = \frac{7}{8},$ $P(A \cap B) = \frac{3}{8}$	1
	Obliczenie prawdopodobieństwa sumy zdarzeń.	$P(A \cup B) = \frac{7}{8}$	1

Numer zadania	Opis ocenianej czynności	Wynik etapu	Liczba punktów
16.	Rozwiązanie równania w przedziale $(-\infty; -2)$ (1 pkt za prawidłowe opuszczenie modułów, 1 pkt za obliczenia).	$x = -8$	2
	Rozwiązanie równania w przedziale $\langle -2; 5 \rangle$ (1 pkt za prawidłowe opuszczenie modułów, 1 pkt za obliczenia).	$x = 1$	2
	Rozwiązanie równania w przedziale $\langle 5; \infty \rangle$ (1 pkt za prawidłowe opuszczenie modułów, 1 pkt za obliczenia).	Równanie sprzeczne	2
	Zapisanie odpowiedzi.	$x = 1 \vee x = -8$	1
17.	Wyznaczenie cosinusa kąta OBC .	$\cos(\sphericalangle OBC) = \frac{\sqrt{5}}{4}$	1
	Wyznaczenie cosinusa kąta ABO .	$\cos(\sphericalangle ABO) = \frac{\sqrt{3}}{2}$	1
	Zapisanie wyrażenia pozwalającego wyznaczyć cosinus kąta ABC	$\cos(\sphericalangle ABC) =$ $= \sin(\sphericalangle ABO) \cdot \cos(\sphericalangle OBC) +$ $+ \sin(\sphericalangle OBC) \cos(\sphericalangle ABO)$	1
	Obliczenie cosinusa kąta ABC .	$\cos(\sphericalangle ABC) = \frac{\sqrt{33} + \sqrt{5}}{8}$	1
18.	Uzasadnienie, że kąt AOB jest prosty.	Trójkąt AOB jest prostokątny.	1
	Wyznaczenie równania prostej AB .	$4x + 3y - 16 = 0$	1
	Obliczenie odległości punktu O od prostej AB (wysokości h trójkąta AOB).	$h = \frac{16}{5}$	1
	Obliczenie pola S trójkąta AOB .	$S = \frac{64}{5}$	1
19.	Rozwiązanie nierówności kwadratowej.	$x \in (-\infty; -3) \cup \langle 3; +\infty \rangle$	1
	Rozwiązanie nierówności z wartością bezwzględną.	$x \in \langle -3; 3 \rangle$	1
	Wyznaczenie części wspólnej zbiorów rozwiązań dwóch nierówności i zapisanie odpowiedzi.	$A = \{-3; 3\}$, więc zbiór A jest dwu-elementowy.	1
20.	Zapisanie warunków na dziedzinę funkcji f (1 pkt za zapisanie każdego warunku).	$x^2 - x - 6 \geq 0 \wedge 9 - x^2 > 0$	2
	Rozwiązanie nierówności (1 pkt za każdą nierówność, 1 pkt za część wspólną zbiorów).	$x \in (-3; -2)$	3
	Zapisanie warunków na dziedzinę funkcji g (1 pkt za zapisanie każdego warunku).	$\frac{x^2 - x - 6}{9 - x^2} \geq 0 \wedge 9 - x^2 \neq 0$	2
	Rozwiązanie nierówności (1 pkt za każdą nierówność, 1 pkt za część wspólną zbiorów).	$x \in (-3; -2)$	3
	Zapisanie odpowiedzi.	D_f zawiera się w D_g	1

Numer zadania	Opis ocenianej czynności	Wynik etapu	Liczba punktów
21.	Wyznaczenie współrzędnych wierzchołków kwadratu $ABCD$ należących do prostej l .	$A = (-1; 1), B = (5; 3)$	2
	Zapisanie równania prostej $m \perp l$, takiej że środek danego okręgu należy do tej prostej.	$m: 3x + y - 8 = 0$	1
	Wyznaczenie współrzędnych wierzchołków C i D .	$C = (1; 5), D = (3; -1)$	2
	Obliczenie długości boku kwadratu $ABCD$ i jego pola.	$ AB = 2\sqrt{5}, P_{ABCD} = 20$	1
22.	Wykonanie rysunku lub przyjęcie dokładnie opisanych oznaczeń.		1
	Obliczenie długości c (np. na podstawie twierdzenia cosinusów).	$c = 3\sqrt{37}$	1
	Obliczenie pola czworokąta $ADBC$.	$P_{ADBC} = 54\sqrt{3}$	1
	Obliczenie długości r .	$r = \frac{18\sqrt{111}}{37}$	1
	Obliczenie objętości bryły.	$V = \frac{972\sqrt{37}\pi}{37}$	1
23.	Wyznaczenie liczby x .	$x = \frac{13}{2}$	1
	Wyznaczenie liczby y .	$y = 6$	2
	Obliczenie, jakim procentem liczby x jest liczba y .	$\frac{1200}{13} \%$	1
	Podanie wyniku zadaną dokładnością.	92,31%	1
24.	Sprawdzenie dla $m = -1$ i wyciągnięcie wniosku.	Dla $m = -1$ funkcja ma wzór $y = -2x - 7$, więc nie spełnia warunków zadania.	1
	Zapisanie warunków, aby funkcja była trójmianem kwadratowym spełniającym warunki zadania (1 pkt za każdy warunek).	$\begin{cases} a < 0 \\ x_w = 4 \end{cases}$	2
	Rozwiązanie układu warunków (1 pkt za zastosowanie metody, 1 pkt za obliczenia).	$m = -\frac{2}{3}$	2
25.	Zapisanie warunku.	$W(-1) = 6$	1
	Ułożenie równania.	$-1 - m^2 - 3m + 7 = 6$	1
	Rozwiązanie równania.	$m = 0 \vee m = -3$	1

Numer zadania	Opis ocenianej czynności	Wynik etapu	Liczba punktów
26.	Zapisanie układu równań.	$\begin{cases} y = -x + m \\ y = \frac{1+2x}{x} \end{cases}$	1
	Przekształcenie układu do postaci równania kwadratowego.	$x^2 - (m-2)x + 1 = 0$	1
	Zapisanie warunku, przy którym układ ma dokładnie 1 rozwiązanie (prosta ma jeden 1 wspólny punkt z hiperbolą).	$\Delta = 0$	1
	Obliczenie wyróżnika trójmianu kwadratowego.	$\Delta = m^2 - 4m$	1
	Rozwiązanie równania $\Delta = 0$ i zapisanie odpowiedzi.	Prosta i hiperbola mają jeden punkt wspólny dla $m = 0 \vee m = 4$.	1
27.	Analiza zadania.	$(-6, x, y)$ – ciąg arytmetyczny $(x, y, 50)$ – ciąg geometryczny	1
	Ułożenie układu równań (1 pkt za każde równanie).	$\begin{cases} x + 6 = y - x \\ y^2 = 50x \end{cases}$	2
	Rozwiązanie układu (1 pkt za każde z rozwiązań).	$\begin{cases} x = 2 \\ y = 10 \end{cases} \vee \begin{cases} x = \frac{9}{2} \\ y = 15 \end{cases}$	2
28.	Ułożenie układu równań (1 pkt za każde równanie).	$\begin{cases} -100 + 5b + c = 0 \\ -4 - b + c = 0 \end{cases}$	2
	Rozwiązanie układu i podanie odpowiedzi.	$\begin{cases} b = 16 \\ c = 20 \end{cases}$	1
29.	Rozkład trójmianu kwadratowego na czynniki.	$x^2 - x - 6 = (x-3)(x+2)$	1
	Zapisanie równań wynikających z danych reszt.	$W(-2) = -4 \wedge W(3) = 5$	1
	Zapisanie wielomianu $W(x)$ w postaci sumy iloczynu danego trójmianu kwadratowego i pewnego wielomianu oraz reszty.	$W(x) = P(x)(x^2 - x - 6) + ax + b$	1
	Ułożenie układu równań.	$\begin{cases} -2a + b = -4 \\ 3a + b = 5 \end{cases}$	1
	Rozwiązanie układu równań.	$\begin{cases} a = \frac{9}{5} \\ b = -\frac{2}{5} \end{cases}$	1

Numer zadania	Opis ocenianej czynności	Wynik etapu	Liczba punktów
30.	Zapisanie funkcji f bez symbolu wartości bezwzględnej.	$f(x) = \begin{cases} 2 \sin x & \text{dla } \sin x \geq 0 \\ 0 & \text{dla } \sin x < 0 \end{cases}$	1
	Narysowanie wykresu funkcji f .		1
	Podanie wartości największej i najmniejszej funkcji f (1 pkt za podanie każdej wartości).	$W_f = 2, w_f = 0$	2
	Obliczenie największej i najmniejszej wartości funkcji g (1 pkt za zastosowanie metody, po 1 pkt za każdą wartość).	$W_g = 2, w_g = -6$	3
	Zapisanie odpowiedzi.	$W_f = W_g \wedge w_f \neq w_g$	1
31.	Oznaczenie wierzchołka C .	$C = (x; 3x + 2)$	1
	Wyznaczenie współrzędnych odpowiednich wektorów (1 pkt za każdy wektor).	$\vec{AB} = [7; -6], \vec{AC} = [x + 3; 3x - 3]$	2
	Obliczenie wyznacznika wektorów.	$d(\vec{AB}; \vec{AC}) = 27x - 3$	1
	Ułożenie równania.	$\frac{1}{2} 27 - 3 = 12$	1
	Rozwiązanie równania.	$x = 1 \vee x = -\frac{7}{9}$	1
	Zapisanie odpowiedzi.	$C = (1; 5) \vee C = \left(-\frac{7}{9}; -\frac{1}{3}\right)$	1
32.	Podanie elementów zbioru A .	$A = \{2, 4, 8, 16, 32\}$	1
	Podanie elementów zbioru B .	$B = \{0, 4, 8, 12, 16, 20, 24\}$	1
	Podanie różnicy zbiorów.	$A \setminus B = \{2, 32\}$	1
33.	Wykonanie rysunku z dokładnymi oznaczeniami lub wprowadzenie precyzyjnie opisanych oznaczeń.		1
	Obliczenie wysokości ściany bocznej ostrosłupa poprowadzonej z wierzchołka podstawy.	$ BE = \frac{20\sqrt{3}}{3}$	1

Numer zadania	Opis ocenianej czynności	Wynik etapu	Liczba punktów
	Uzależnienie drugiej wysokości ściany bocznej od krawędzi bocznej.	$ SF = \frac{\sqrt{6}b}{3}$	1
	Obliczenie długości krawędzi podstawy.	$a = 10\sqrt{2}$	1
	Ułożenie układu równań (1 pkt za każde równanie).	$\begin{cases} H^2 = b^2 - 100 \\ H^2 + 50 = \frac{2}{3}b^2 \end{cases}$	2
	Rozwiązanie układu.	$\begin{cases} H = 5\sqrt{2} \\ b = 5\sqrt{6} \end{cases}$	1
	Obliczenie objętości ostrosłupa.	$V = \frac{1000\sqrt{2}}{3}$	1
34.	Podanie założeń (1 pkt za każde założenie).	$\begin{cases} \cos 2x \neq -1 \\ \cos x \neq 0 \end{cases}$	2
	Przekształcenie lewej strony równania z zastosowaniem wzorów na kąt podwojony. (1 pkt za podanie każdego wzoru).	$L = \frac{2 \sin x \cos x}{1 + \cos^2 x - \sin^2 x}$	2
	Skorzystanie z „jedyńki trygonometrycznej” i skrócenie ułamka.	$L = \frac{\sin x}{\cos x}$	1
	Wykazanie tożsamości.	$L = \operatorname{tg} x = P$	1
35.	Rozwiązanie algebraiczne układu (po 1 pkt za obliczenie każdej niewiadomej).	$\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases}$	2
	Rozwiązanie graficzne (po 1 pkt za wykres każdej funkcji).		2
36.	Wprowadzenie oznaczeń zapisanie warunku dla czworokąta opisanego na okręgu.	$10, 10q, 10q^2, x$ – kolejne boki czworokąta tworzące ciąg geometryczny. $x + 10q = 10 + 10q^2$	1
	Ułożenie równania wynikającego z treści zadania.	$10 + 10q + 10q^2 = 70, q > 0$	1
	Rozwiązanie równania (1 pkt za obliczenia i 1 pkt za wybór odpowiedzi).	$q = 2$	2
	Obliczenie długości kolejnych boków (1 pkt za boki tworzące ciąg geometryczny i 1 pkt za czwartą).	10, 20, 40, 30	2

Numer zadania	Opis ocenianej czynności	Wynik etapu	Liczba punktów
37.	Zapisanie długości kolejnych boków czworokąta za pomocą wyrazów ciągu arytmetycznego.	$a, a + r, a + 2r, a + 3r$	1
	Wykorzystanie twierdzenia o czworokącie opisanym na okręgu do zapisania równania.	$a + a + 2r = a + r + a + 3r$	1
	Rozwiązanie równania i zapisanie wniosku.	$r = 0$, więc boki mają równe długości, czyli czworokąt jest rombem	1
38.	Opis zbioru zdarzeń elementarnych, opis zdarzenia.	Ω – zbiór 2-elementowych wariacji z powtórzeniami zbioru 6-elementowego, A – wyrzucenie na obu kostkach tej samej liczby oczek, B – suma wyrzuconych oczek jest równa 8.	1
	Obliczenie liczby zdarzeń elementarnych.	$ \overline{\Omega} = 36$	1
	Obliczenie liczby zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniom $A, B, A \cap B$ (1 pkt za podanie każdej wartości).	$ \overline{A} = 6, \overline{B} = 5, \overline{A \cap B} = 1$	3
	Obliczenie prawdopodobieństw zdarzeń $A, B, A \cap B$.	$P(A) = \frac{6}{36}, P(B) = \frac{5}{36},$ $P(A \cap B) = \frac{1}{36}$	1
	Obliczenie prawdopodobieństwa sumy zdarzeń.	$P(A \cup B) = \frac{5}{18}$	1
39.	Ułożenie równania.	$(\sqrt{2} \cos \alpha)^2 = 1 - 2 \cos^2 \alpha$	1
	Obliczenie wartości cosinusa (1 pkt za obliczenie każdej wartości).	$\cos \alpha = \frac{1}{2} \vee \cos \alpha = -\frac{1}{2}$	2
	Rozwiązanie alternatywy równań (1 pkt za każde 2 prawidłowe wyniki).	$\alpha = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \vee \alpha = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi \vee$ $\vee \alpha = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \vee \alpha = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi,$ $k \in \mathbb{C}$	2
	Wybranie najmniejszej dodatniej liczby α i podstawienie do wyrazów ciągu.	$\alpha = \frac{\pi}{3}$ $\left(1, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}, \dots\right)$ – ciąg geometryczny	1
	Wyznaczenie ilorazu ciągu i pierwszego wyrazu.	$q = \frac{\sqrt{2}}{2}, a_1 = 1$	1
	Obliczenie sumy 6 początkowych wyrazów ciągu (1 pkt za wyznaczenie sumy, 1 pkt za doprowadzenie do najprostszej postaci).	$S_6 = \frac{7(2 + \sqrt{2})}{8}$	2
40.	Przekształcenie danego równania do postaci (I).	$\cos x (1 + 2 \sin x) = 0$ (I)	1
	Przekształcenie równania (I) do postaci alternatywy równań (II).	$\cos x = 0 \vee \sin x = -\frac{1}{2}$ (II)	1
	Rozwiązanie alternatywy równań (II).	$x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = \frac{7}{6}\pi + 2k\pi,$ $x = \frac{11}{6}\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{C}$	1