

Odpowiedzi i rozwiązania do zestawu 4.

1. C

2. A

3. B

4. Rozwiązanie.

Stosujemy kolejno wzory skróconego mnożenia na różnicę sześcianów, sumę sześcianów, różnicę kwadratów oraz kwadrat sumy dwóch wyrażeń.

$$\begin{aligned}W(x) &= (x^3 - 1000)(x^3 + 1000)(x^2 - 100)(x - 10)^4(x^2 + 20x + 100) = \\ &= (x - 10)(x^2 + 10x + 100)(x + 10)(x^2 - 10x + 100)(x - 10)(x + 10)(x - 10)^4(x + 10)^2\end{aligned}$$

Po uporządkowaniu wielomianu otrzymujemy

$$W(x) = (x - 10)^6(x + 10)^4(x^2 + 10x + 100)(x^2 - 10x + 100)$$

Sprawdzamy, czy trójmiany występujące w wielomianie $W(x)$ można rozłożyć na czynniki.

$$x^2 + 10x + 100 = 0$$

$$x^2 - 10x + 100 = 0$$

$$\Delta = 100 - 4 \cdot 100 < 0$$

$$\Delta = 100 - 4 \cdot 100 < 0$$

Ponieważ powyższe równania kwadratowe nie mają rozwiązań, więc otrzymany rozkład wielomianu $W(x)$ na czynniki jest ostateczny.

5. Rozwiązanie.

$$\text{Założenia: } 2x^2 - 18 \neq 18$$

$$2(x + 3)(x - 3) \neq 0$$

czyli $x \neq -3$ i $x \neq 3$

Rozkładamy licznik i mianownik wyrażenia na czynniki

$$\frac{x^2 - 3x}{2x^2 - 18} = \frac{x(x - 3)}{2(x^2 - 9)} = \frac{x(x - 3)}{2(x - 3)(x + 3)} = \frac{x}{2x + 6}$$